Educación y Desarrollo

Año 13, Número 132, agosto de 2013

MATEMÁTICAS PARA TODOS

EN ESTE BOLETÍN:

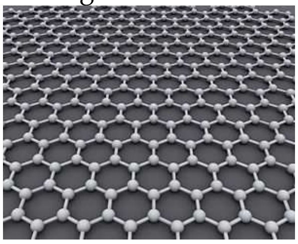
- Algo de geometría.
- Razonamiento para comprobar los teoremas.
- Circunferoide: una curva interesante.
- Ecuación del circunferoide.
- Los problemas del calendario.

ALGO DE GEOMETRÍA

En este número de nuestro boletín incluiremos algunos conceptos de la geometría, ya que gracias a la participación del **Ing. Rogelio Enrique Lara Martínez**, se presenta una investigación muy importante sobre una curva a la que llamó Circunferoide.

En varias ocasiones hemos hecho una breve introducción de lo que significa la geometría y sus antecedentes, en este boletín además de confirmar que sus primeros registros datan desde las culturas mesopotámicas y del antiguo Egipto; que los griegos la estudiaron y sustentaron (Tales, Pitágoras, Euclides, etc.) y que en el siglo XIX se perfeccionó, con la geometría no euclidiana (Lobackevscky, Kant, Gaus, Bolyai), nos daremos a la tarea de explicar algunos de sus fundamentos y características que la hacen una sólida herramienta de las matemáticas.

La geometría se encuentra en todo lo que nos rodea, sea esto grande o pequeño, como en las galaxias o en la nanofibras del grafeno.

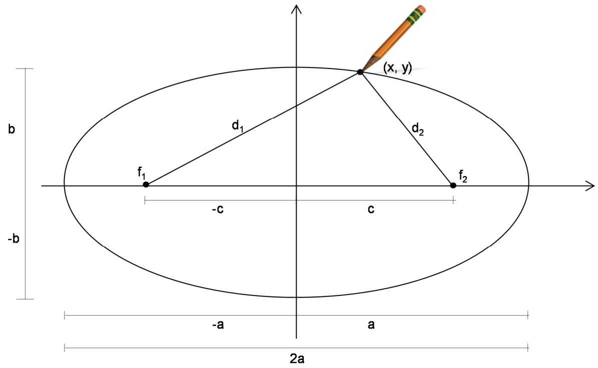


Representación de las fibras de grafeno

Figura de Wikipedia

La grandeza de la geometría se detecta cuando con poca información, por medio de la lógica y nuestros razonamientos encontramos soluciones de problemas de aritmética, álgebra, cálculo, química, astronomía, física, ingeniería, arquitectura, arte, etc.

Se pude decir que la geometría es el gran entrenador de nuestro cerebro, pues desde que para representar el ojo de un pozo se usó la palabrá círculo o para dibujar una elipse se utilizó una cuerda, esta disciplina hizo que nuestro cerebro aprovechara lo que se conoce como el pensamiento lógico.



Todo el fundamento de la geometría se sustenta en postulados y estos se consideran como verdaderos.

La geometría también requiere de un lenguaje con términos específicos para poder explicar las pruebas y sus resultados, por ejemplo: punto, recta, triángulo, polígono, sistema de coordenadas, largo, circunscrito, proporción, semejanza, etc.

Una vez que se cuenta con un bagaje de términos con los que podemos expresar los componentes de la geometría, es necesario el pensamiento lógico para construir comprobaciones o pruebas de lo que se está logrando por medio de la geometría.

En la geometría, dado que se parte de axiomas, definiciones y postulados que se dan por verdaderos, es necesario probar los teoremas o afirmaciones, estos pueden ser considerados como una hipótesis, la que debe ser comprobada para poder sustentar las conclusiones.

Razonamiento para comprobar los teoremas

De acuerdo con las bases de la filosofía clásica, para llegar a conclusiones o probar nuestros resultados es necesario el razonamiento y desde Aristóteles, se

"La cosa más difícil es conocernos a nosotros mismos"

Tales de Mileto

“La esperanza es el único bien común a todos los hombre, los que todo lo han perdido la poseen aún”

Tales de Mileto

habla de dos tipos de razonamiento lógico: deductivo e inductivo.

El primero puede es un silogismo que parte de dos premisas, una llamada mayor y la otra menor. Con base en ellas es factible llegar a una conclusión. Por ejemplo:

Premisa principal: Al realizar ejercicio consumo calorías.

Premisa secundaria: al consumir calorías bajo de peso.

Conclusión: “Hacer ejercicio contribuye a la baja de peso”

Aristóteles (*384-322 a.C.)*

Imagen obtenida de Internet

Razonamiento inductivo, es el proceso de observar datos, reconocer patrones y hacer generalizaciones basándose en esas observaciones o el análisis de los datos.

Por ejemplo:

Si se tiene la siguiente serie: *3, 5, 4, 6, 5, 7*, ¿cuáles serán los siguientes 3 dígitos?

Si observamos la serie, nos damos cuenta que para obtener el segundo número es necesario sumarle al primero 2 (*3+2=**5**); si* al número obtenido *(5)* le resto *1* obtengo el tercero *(5-1=**4**);* se repite la misma secuencia para los próximos números. *(4+2=**6**), (6-1=**5**), (5+2=**7**), (7-1=**6**), (6+2=**8**), (8-1=**7**), (7+2=**9**).*

Así puedo seguir hasta el infinito. La serie queda así:

+2 -1 +2 -1 +2 -1 +2 -1 +2

3, 5, 4, 6, 5, 7, 6, 8, 7, 9, …

En síntesis podemos decir que el razonamiento deductivo plantea una hipótesis con fundamento en premisas que se dan por ciertas y luego, se prueba su efectividad.

En el razonamiento inductivo se procede a la construcción de la hipótesis con base en experiencias y observaciones. Posteriormente se procede a su comprobación por diferentes caminos o procedimientos.

En la geometría siempre que se llegue a una solución, se deberán realizar pruebas modificando las variables.

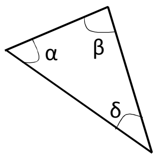
Pongo un ejemplo tradicional de los libros de texto de secundaria.

Se dice que la suma de los ángulos internos de un triángulo es de 180°.

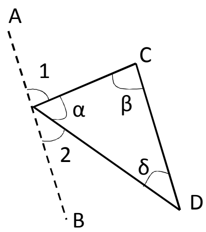
¿Cómo podemos comprobar esto?

No existe una receta para realizar comprobaciones, cada quien establece sus métodos de acuerdo a sus conocimientos y configuración cerebral. A mí se me ocurre la siguiente secuencia:

1. Siempre es recomendable dibujar lo que vamos a probar. En este caso un triángulo con sus tres ángulos.



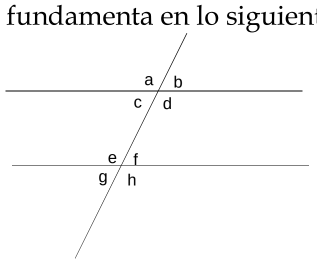
2. Dado que el ángulo de una línea recta es 180°, podemos colocar una línea en uno de los vértices del triángulo para que dos de los ángulos formados con la recta (1 y 2) y uno (α) del triángulo nos sumen los 180°.



3. Los ángulos *1*, α y *2* al sumarlos, nos dan *180°*, pues nos dan la recta *AB*.
4. Si la recta *AB* es paralela a la recta *CD*, tenemos que los ángulos *2* y δ y *1* y β son iguales por ser ángulos alternos.

De lo anterior podemos decir que si $1+\alpha+2=180$ y $1=\beta$ y $2=\delta$; entonces $\alpha+\beta+\delta=180°$

El punto *4* se fundamenta en lo siguiente:



"La felicidad del cuerpo se funda en la salud; la del entendimiento, en el saber."

Tales de Mileto

- *a=d, c=b, e=h, g=f;* dado que son ángulos opuestos por el vértice.
- *c=f, e=d;* dado que son ángulos alternos internos
- *a=e, c=g, b=f, d=h;* dado que son ángulos correspondientes.

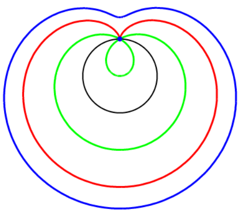
a + b=180°, c + d = 180°, e + f = 180°, g + h =180°
Dado que son ángulos suplementarios

Como pueden ver nuestros queridos lectores, la comprobación requiere de mucho trabajo, ingenio y conocimiento. Esto, sólo se adquiere con la práctica constante y el tiempo. Y se puede asegurar que la falta de todo esto es uno de los elementos que impiden que los docentes y alumnos entiendan, quieran y usen la geometría.

CIRCUNFEROIDE UNA CURVA NUEVA E INGENIOSA

Como lo mencioné al inicio, el **Ing. Rogelio Enrique Lara Martínez**, nos hizo favor de enviarnos una investigación que da cabal muestra de lo interesante que puede ser la aplicación de la geometría y el álgebra. Sólo como complemento al interesante trabajo del Ingeniero Lara Martínez, me permitiré hacer algunas acotaciones. Espero que me lo perdone, pero mi único fin es contribuir al entendimiento de su trabajo.

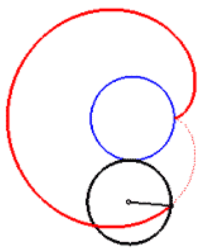
Un limacón o Limaçon de Pascal es una curva conoide de una circunferencia, cuya ecuación en coordenadas radiales es $\rho=2cosw+h$.

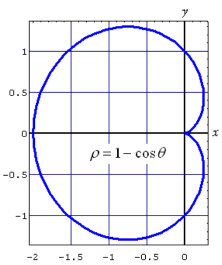


Limaçon de Pascal o Caracol de Pascal

Figura obtenida de Wikipedia

Una curva cardioide es aquella que surge la trayectoria que genera un círculo al rotar de manera tangente al contorno de círculo.





Ahora sí el texto

EL CIRCUNFEROIDE

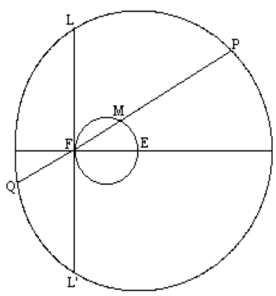
Ing. Rogelio Enrique Lara Martínez

"El circunferoide es una curva simple y cerrada de transición y es producto de una teoría especial para curvas planas cerradas, la he llamado curva de transición por tener un lugar geométrico que se comparte con otras curvas como son el caracol de Pascal, el limacón y la cardioide.

Definición.-Es el lugar geométrico de un punto que se mueve en un plano de tal manera que la distancia a un punto cualquiera de una circunferencia es constante en dirección del foco.

El foco es un punto fijo y es parte de la curva y la circunferencia, siendo esta última una propiedad geométrica del circunferoide. Es importante señalar que esta curva requiere dos parámetros geométricos en su construcción como son el diámetro de la circunferencia (d) y la distancia R que es constante y siempre se encuentra en dirección del foco que se halla en uno de los extremos de un diámetro horizontal.

Construcción.-Trace una circunferencia de diámetro 2cm. y por uno de los extremos del diámetro tomado como foco (F) trace rectas secantes de 12cm.de longitud, teniendo en cuenta que los puntos de la circunferencia son los puntos medios de las secantes; considerando un número infinito de secantes y uniendo sus puntos extremos mediante una poligonal cerrada se genera la curva como se muestra en la figura. Es importante que la mitad de la longitud de la secante se encuentre en una relación mínima de 2:1 con el diámetro de la circunferencia.



$$\frac{\left(x^2 - dx + y^2\right)^2}{x^2 + y^2} = R^2$$

F el foco y está en el origen

$\overline{FE} = d$ diàmetro de la circunferer

$\overline{PM} = \overline{QM} = R$ distancia constant

cualquier punto de la circunferer

$\overline{FP}$ y $\overline{FQ}$ radios vectores

$e = \frac{d}{R}$ excentricidad

$\overline{LL'}$ lado recto

ECUACIÓN DEL CIRCUNFEROIDE CON FOCO EN EL ORIGEN

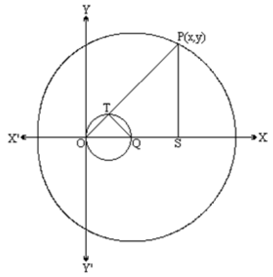
La semejanza de triángulos nos permite obtener la ecuación del circunferoide

$\overline{OP} = \overline{OT} + \overline{PT}$ ---------- I

$\overline{OS} = x$ ---------- A

$\overline{PS} = y$ ---------- B

$\overline{PT} = R$, y $\overline{OQ} = d$ ----- C



$\Delta OPS \sim \Delta OQT$

$\dfrac{\overline{OP}}{\overline{OQ}} = \dfrac{\overline{OS}}{\overline{OT}}$ -------- II

Sustituyendo I en II

$\dfrac{\overline{OT} + \overline{PT}}{\overline{OQ}} = \dfrac{\overline{OS}}{\overline{OT}}$ ----- III

Sustituyendo A y C en III

$\dfrac{\overline{OT} + R}{d} = \dfrac{x}{\overline{OT}}$

Despejando $\overline{OT}$

$\overline{OT} = \dfrac{-R \pm \sqrt{R^2 + 4dx}}{2}$ ------ IV

Sustituyendo IV en I

$\overline{OP} = \dfrac{R \pm \sqrt{R^2 + 4dx}}{2}$ -------- V

Sustituyendo V en VII

$$y = \sqrt{\frac{R \pm \sqrt{R^2 + 4dx}}{2} - x^2}$$

Simplificando y acomodando

$$\frac{(x^2 - dx + y^2)}{x^2 + y^2} = R^2$$

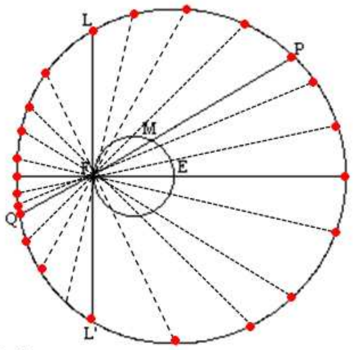
Ecuación del circunferoide con centro en el foco

Nota: La expresión del cicunferoide la presento en coordenadas rectangulares para una mayor familiaridad con el plano cartesiano, también es posible presentarla en ecuaciones paramétricas y en la forma polar, se expresa en la mayoría de los libros de geometría analítica.”

Excelente presentación del desarrollo de esta curva, la que nos permite apreciar el buen uso de la geometría, el álgebra y el ingenio. Muchas gracias al Ing. Lara Martínez y en caso de que nuestros queridos lectores deseen establecer contacto su correo es: rolara_5@yahoo.com.mx

Sólo con el fin de aclarar algunos conceptos presento dos observaciones.

1. Para mejorar la comprensión sobre cómo se forma el circinferoide recurro al viejo adagio chino: Una figura significa mil palabras, me permito mostrar la siguiente figura para la construcción del circunferoide.



Cada punto rojo representa un punto del circunferoide y el cruce de cada rayo con la circunferencia es la mitad del rayo.

2. En la deducción de la ecuación del circunferoide del paso III al IV se hace lo siguiente:

$$\overline{OT}\left(\frac{\overline{OT} + R}{d}\right) = x \qquad \frac{\overline{OT}^2 + \overline{OT}R}{d} = x$$

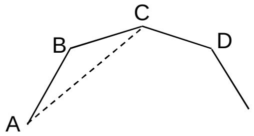
$$\overline{OT}^2 + \overline{OT}R - Xd = 0$$

Ecuación de segundo grado que se resuelve como se indica en el documento del Ing. Lara.

PROBLEMAS DEL CALENDARIO

Martes 3. De un conjunto de 8 estudiantes se deben formar 4 equipos de 2 estudiantes cada uno ¿De cuántas maneras se puede hacer esto?

Miércoles 11. El diagrama nos muestra una porción de un polígono regular. Si el ángulo ACD mide 120°, ¿Cuántos lados tiene el plígono?



Matemáticas para todos. Año 13, número 133, septiembre de 2013. Periodicidad: diez números al año. **Editor responsable:** Alfonso Ramón Bagur. **Nº de Certificación de reserva de derechos al uso exclusivo de título:** 04-2000-0829110600-106. **Certificado de licitud de título:** Núm. 11423. **Certificado de licitud de contenido:** Núm. 8018. **Publicación en formato electrónico elaborado y distribuido por:** Educación y Desarrollo, A.C. **E-mail**: fdomexia@prodigy.net.mx. Página web: www.educacion.org.mx

Educación y Desarrollo