

MATEMÁTICAS PARA TODOS

- Las conjeturas un buen medio para aprender matemáticas.
- Conjetura de Goldbach.
- Afirmaciones matemáticas, buenas para pensar.
- Cuadrados Mágicos
- Los problemas del calendario.

Educación y Desarrollo

Año 12, Número 131, junio de 2013

INTRODUCCIÓN

En nuestros boletines anteriores, he usado como ejemplo para la enseñanza de las matemáticas la solución de problemas y hechos relacionados con la vida cotidiana de nuestros alumnos o los docentes, pero este no es el único medio para que nuestros alumnos aprendan esta materia, existen otros muchos. Lo único constante en los medios o métodos para la enseñanza de las matemáticas es que con ellos los alumnos deben entender de lo que se trata. Por ello en este número trataremos dos temas totalmente ajenos al planteamiento y solución de problemas para el aprendizaje de las matemáticas. Éstos son:

- El estudio de las conjeturas matemáticas
- Los cuadrados mágicos

LAS CONJETURAS UN BUEN MEDIO PARA PENSAR Y APRENDER

Lo primero que debemos hacer es que nuestros alumnos entiendan qué es una conjetura matemática, pues esta palabra puede ser interpretada y usada de diferentes maneras y la mejor forma de entenderla es por medio de sus definiciones.

Según el **Diccionario de Real Academia**.

1. *f. Juicio que se forma de las cosas o acontecimientos por indicios y observaciones.*
2. *f. Edc. Lección no atestiguada en la tradición textual y que la edición crítica reconstruye de acuerdo con otros indicios.*

Diccionario Ilustrado de conceptos matemáticos, de Efraín Soto Apolinar.

Conjetura: Afirmación de un resultado sin ofrecer suficiente evidencia que la demuestre o refute.

La diferencia sustantiva entre la primera definición del RAE y la del diccionario de conceptos matemáticos, es que para las matemáticas el juicio o afirmación, no ha sido demostrado o refutado. Esto

implica que no se tiene la certeza de que sea verdadera o no y al hacer referencia a la vida cotidiana, cuando se dice que eso es una conjetura: se relaciona con que corresponde a una deducción, pero ello no implica que sea verdad o falso.

Ustedes se preguntarán en qué puede ayudar toda esta retahíla de conceptos y palabrería en la enseñanza de las matemáticas. Pues resulta que muchos de nuestros alumnos cuando comprenden que algo lógico no se puede comprobar, se enredan o enganchan con la reflexión y ello, como se explicó antes, es lo que genera el aprendizaje. Y aunque, como es muy probable, no se logre la comprobación o negación de la conjetura, el simple hecho de buscar el por qué no se encuentra la solución a algo me obliga al uso del entendimiento y la lógica y precisamente eso son:

¡las matemáticas!



Imagen obtenida de Internet

LA CONJETURA DE GOLDBACH

Uno de los problemas matemáticos más antiguos que generan pasión e intriga es éste. Ésta fue planteada Christian Goldbach (1690-1794) a Euler en el año de 1742 y éste no encontró ningún medio para demostrarla ni negarla. En la actualidad a 273 años de su primer planteamiento sigue siendo una conjetura. Esta belleza dice así:

“No basta saber, se debe también aplicar. No es suficiente querer, se debe también hacer”

Goethe

“La sabiduría consiste en saber cuál es el siguiente paso; la virtud en llevarlo a cabo.”

David Starr Jordan

Todo número par superior a 2, es factible representarlo por la suma de dos primos.

Un ejemplo con números de este es:

$$\begin{aligned} 4 &= 1 + 3 \\ 8 &= 5 + 3 \\ 10 &= 7 + 3 \\ 18 &= 5 + 13 \\ 20 &= 7 + 13 \\ 24 &= 11 + 13 \\ 30 &= 7 + 23 \\ 100 &= 3 + 97 \\ 1000 &= 3 + 997 \\ 10,000 &= 17 + 9,983 \end{aligned}$$

Así con estas simples sumas, la conjetura de Golbach se ha comprobado en más de un billón de números pares (10^{18}). Para evitar confusiones con los billones de Estados Unidos, esta cantidad es igual a un millón de millones.

Como pueden observar queridos lectores, el problema empieza por encontrar los números primos adecuados y para ello existen varias técnicas, pero la más sencilla es hacer un conjunto de divisiones para detectar si los números seleccionados son primos o no. En la actualidad con la hoja de cálculo de cualquier paquetería de oficina esto puede hacerse sin problema. Por ejemplo quiero saber si el 97 es un número primo:

A	B	C	D
97	1	97	
97	2	48.5	
97	3	32.3333333	
97	4	24.25	
97	5	19.4	
97	6	16.1666667	
97	7	13.8571429	
97	8	12.125	
97	9	10.7777778	
97	10	9.7	
.	.	.	
97	90	1.0777778	
97	91	1.06593407	
97	92	1.05434783	
97	93	1.04301075	
97	94	1.03191489	
97	95	1.02105263	
97	96	1.01041667	
97	97	1	

En la columna A repito el número 97 de manera continua, en la columna B coloco la numeración de uno en uno hasta llegar al número 97. Por último en la columna C1 hago la división de la columna A entre B ($=A1/B1$) y extendiendo esa operación hasta la fila número 97.

Como ven ustedes el concepto de número primo queda inmerso en el entendimiento de la conjetura y el conjunto de acciones que nos obligan a encontrar los números primos, hacen que entendamos su complejidad y grandeza.

La verdadera dificultad está en comprobar que esto es verdad o mentira para todos los números pares, mismos que son infinitos.

No debemos olvidar que los razonamientos para comprobar pueden ser infinitos, pero estos deben plantearse respetando la lógica y sin utilizar como solución el enunciado. Esto último quiere decir que no podemos definir algo en función de su definición como: Responsabilidad se refiere a ser responsable.

AFIRMACIONES MATEMÁTICAS ELEMENTOS PARA PENSAR

Si queremos obligarnos a pensar, no hay como la utilización de algunas afirmaciones matemáticas y tratar de comprobarlas o conocer cómo fueron comprobadas.

Un ejemplo del ingenio para analizar las afirmaciones matemáticas es la comprobación de Euclides sobre la infinitud de los números primos. Esta fue presentada hace más de 2300 años en el libro IX, proposición 20 de su obra “Los Elementos”, ésta señala que:

Si al producto de los números primos le agregamos uno, tendremos un número mayor (N)

$$(p_1 \times p_2 \times p_3 \times \dots \times p_n) + 1 = N$$

Este número N puede ser primo o compuesto. En caso de que fuera primo, implica que ya encontramos un número primo más. Si es compuesto, este debe ser divisible entre un número primo del producto y por lo tanto también debería ser verdadero lo siguiente:

$$\frac{(p_1 \times p_2 \times p_3 \times \dots \times p_n) - N}{p} = \frac{1}{p}$$

Pero resulta que no existe ningún número primo que divida a uno. Por ello se llega a un absurdo y se deduce que los números primos pueden ser infinitos.

Algunas comprobaciones matemáticas son simples y otras muy complejas, pero casi siempre son elegantes y nos obligan a reflexionar, por ejemplo la comprobación de la infinitud de los números naturales:

"Si a el último de los números naturales se le agrega uno, tendremos un nuevo número mayor. Por lo tanto siempre habrá un número más grande que el seleccionado como último".

Otro razonamiento que acelera nuestro cerebro y enciende las neuronas es el siguiente relacionado con el Teorema de Pitágoras:

- Seleccione dos números seguidos pares o nones.
- Sume sus inversos.
- Del resultado de la suma tome el numerador como un cateto de un triángulo rectángulo y el denominados como el otro.
- Con ello puede obtener una tripleta pitagórica.

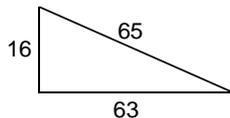
Ejemplos:

Seleccionemos al 7 y 9 como números nones consecutivos.

Sumamos sus inversos.

$$\frac{1}{7} + \frac{1}{9} = \frac{9 + 7}{63} = \frac{16}{63}$$

En un triángulo rectángulo el numerador será uno de sus catetos y el denominador el otro.



Aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular la hipotenusa.

$$\begin{aligned} 16^2 + 63^2 &= c^2 \\ 256 + 3969 &= c^2 \\ \sqrt{4225} &= 65 = c \end{aligned}$$

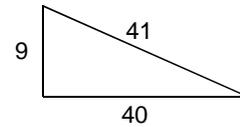
Observe que la raíz cuadrada fue exacta y por lo tanto: 16, 63 y 65 son una tripleta pitagórica.

Ahora probemos con dos números pares consecutivos: 8 y 10.

Sumamos sus inversos:

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{10} = \frac{10 + 8}{80} = \frac{18}{80} = \frac{9}{40}$$

Asignamos a los catetos de un triángulo rectángulo el numerador y el denominador.



Aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular la hipotenusa.

$$\begin{aligned} 9^2 + 40^2 &= c^2 \\ 81 + 1600 &= c^2 \\ \sqrt{1681} &= 41 = c \end{aligned}$$

Nuevamente obtuvimos una tripleta pitagórica.

9, 40, 41

Hecho curioso, relevante y bello de la aritmética y el teorema de Pitágoras. Por qué funciona, yo no sé si alguno de nuestros lectores nos ayuda será muy interesante.

LOS CUADRADOS MÁGICOS

Nuestro amigo Pedro Hoth nos hizo el favor de enviarnos el cuadrado mágico de Alberto Durero (1471-1528), hecho que agradecemos y que retomamos para invitar a nuestros amigos profesores para que con sus alumnos estudien ese formidable cuadro y establezcan técnicas para elaborar sus propios cuadrados mágicos.



Melancolía I de Alberto Durero
Imagen obtenida de Internet

El cuadrado mágico no se distingue en la reproducción que incluimos, este se encuentra en la esquina superior derecha bajo de la campana.

A continuaci3n se presenta la ampliaci3n.



Como pueden observar el total de las sumas de las columnas, renglones y diagonales en el cuadrado dan 34. Y esa es precisamente la caracter3stica de los cuadrados m3gicos. Observe el siguiente.

23	22	25	26	7	8
21	24	28	27	6	5
4	1	18	17	36	35
2	3	20	19	34	33
32	31	9	10	13	16
29	30	11	12	15	14

Sus columnas, renglones y diagonales suman 111. Como menciono arriba, lo interesante es que nuestros alumnos elaboren sus cuadrados m3gicos. Con esto vamos a encontrar alumnos que con gran entusiasmo iniciar3n por medio de prueba y error colocando n3meros que tiendan a cumplir con la caracter3stica de estos cuadrados. Tambi3n encontraremos a quienes aplicando la l3gica tender3n a encontrar un m3todo para integrarlos. Nuevamente lo importante es pensar y si se encuentran m3todos para elaborarlos mu3strelos a todos, pues eso es precisamente lo que los cursos de matem3ticas pretenden, el desarrollo de patrones o acciones que permitan resolver los problemas. A continuaci3n presentamos un m3todo proporcionado por Liz Strachan autora del libro “A Slide of Pi” de Fall River Press. UK. Si las diagonales, columnas y renglones deben sumar lo mismo, hagamos un conjunto de f3rmulas con las que esto suceda. Observe el siguiente cuadrado.

		n+1			n+1	n+3	n-4	n+1
	n		n-2	n	n+2	n-2	n	n+2
n-1			n-1			n-1	n+4	n-3

Para dise1ar este cuadrado se empieza por poner en el centro un n3mero entero, luego en el extremo derecho superior ese mismo n3mero pero m3s uno. Para que la suma de la diagonal d3e el n3mero central, r3stele uno al n3mero central al extremo inferior izquierdo.

Haga lo mismo con el rengl3n central, pero ahora aum3ntele dos en el cuadro de la derecha y r3stele dos a la izquierda. Ahora para que las columnas de los extremos sumen el n3mero central observe que en la ret3cula superior izquierda debe introducir al n3mero central m3s tres y en la derecha inferior $n-3$.

En el caso de la columna central por l3gica debemos colocar $n+4$ y $n-4$ en donde corresponde para que $n-1$ y $n-3$ se neutralicen.

Tambi3n existen t3cnicas para elaborar cuadrados m3gicos de 4×4 e incluso existen de 18×18 .

Lo importante al final de cuentas es que sus alumnos se diviertan e intenten hacer sus cuadrados.

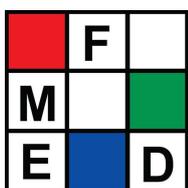
NOTA DEL EDITOR

Les recordamos a nuestros queridos lectores que en el mes de julio no hay bolet3n, sin embargo siempre les enviamos un folleto de dos p3ginas. Este es para que no nos olviden.

PROBLEMAS DEL CALENDARIO

Lunes 3. Un piso rectangular de $24m \times 45m$ se cubri3 con losetas cuadradas de $30cm$ de lado. Una recta diagonal de gis se pinta en el suelo entre dos esquinas opuestas. 1Cu3ntas losetas tienen un pedazo en l3nea pintado?

Viernes 28. Determina el n3mero m3ximo de lunes que puede haber en 45 d3as consecutivos



Matem3ticas para todos. A1o 12, n3mero 131, junio de 2013. Periodicidad: diez n3meros al a1o. **Editor responsable:** Alfonso Ram3n Bagur. **N3 de Certificaci3n de reserva de derechos al uso exclusivo de t3tulo:** 04-2000-0829110600-106. **Certificado de licitud de t3tulo:** N3m. 11423. **Certificado de licitud de contenido:** N3m. 8018. **Publicaci3n en formato electr3nico elaborado y distribuido por:** Educaci3n y Desarrollo, A.C.
E-mail: fdomexia@prodigy.net.mx. P3gina web: www.educacion.org.mx

Consejo Editorial: • Radmila Bulajich Rechtman • Roger D3az de Coss3o • Fernando Solana. **Tel:** 5623-3500 ext. 1208 **E-mail:** alfonso@aprendizaje.com.mx