

En la primera parte de este relato empezamos a hablar acerca del intrigante número F_n mejor conocido como “número áureo”, “proporción áurea” o “sección áurea”. La proporción áurea aparece en situaciones tan inesperadas como por ejemplo: la disposición de los pétalos de una rosa, las conchas espirales de los moluscos o la cría de los conejos. Establecimos que la proporción áurea es el número infinito e irrepetible 1.6180339887...

y comentamos que fue Euclides de Alejandría, más o menos en el año 300 a.C., quien por primera vez dio una definición precisa de ella. Conocimos varias formas en el ámbito de la geometría y el álgebra por medio de las cuales F_n puede obtenerse.

Veamos ahora cómo se conecta la proporción áurea con la cría de conejos. Es en una forma un tanto sofisticada y para explicarla tenemos que hablar de Leonardo de Pisa. Leonardo de Pisa, que no es el Leonardo que ustedes piensan porque ese nació en Vinci, es mejor conocido como Leonardo Fibonacci. Este Leonardo nació en la década de los años 70 del siglo XII. Su padre, Guglielmo, fue un funcionario y hombre de negocios. El apodo Fibonacci proviene del latín *filiius Bonacci*, hijo de la familia Bonacci o “hijo de buen corazón”. Las contribuciones directas de Fibonacci a la literatura de la proporción áurea aparecen en un pequeño libro sobre geometría de su propia autoría, publicado en 1223. La aportación más emocionante de nuestro Leonardo a la proporción áurea proviene de un problema que está propuesto en el *Liber abaci*, otro libro suyo que fue el que le proporcionó realmente la fama de la que goza. El problema es el de los conejos. Este problema está planteado así en el capítulo XII del *Liber abaci* así: Un hombre encerró a una pareja de conejos en un lugar rodeado por un muro por todas partes. Cuántas parejas de conejos pueden producirse a partir del par original durante un año si consideramos que cada pareja engendra al mes una nueva pareja de conejos que se convierten en productivos al segundo mes de vida? Haga usted sus cuentas y verá que la comunidad “conejiil” evoluciona como se muestra en la figura 5, en la que un conejo grande representa una pareja productiva y uno pequeño una pareja joven. Cada hilera de conejos corresponde a un mes después que la inmediatamente anterior.

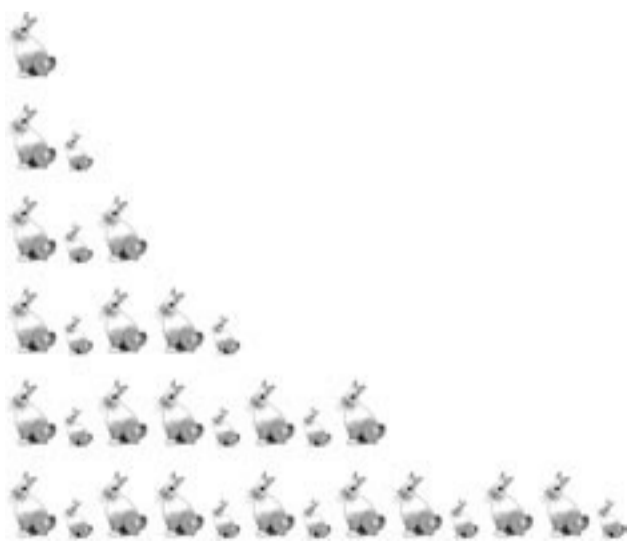


Figura 5.

Observemos que el número de pares adultos a lo largo del tiempo (medido en meses, por supuesto) sigue la sucesión de números:

1,1,2,3,5,8,...

Puede comprobarse que el número de parejas jóvenes re-

LA PROPORCIÓN ÁUREA O LO QUE TIENEN EN COMÚN LOS PENTÁGONOS, EL NAUTILUS Y LA CRÍA DE CONEJOS

(Segunda Parte)

Federico Vázquez Profesor-Investigador de la Facultad de Ciencias, UAEM Miembro de la Academia de Ciencias de Morelos

produce exactamente la misma sucesión, con la salvedad de que está desfasada por un mes:

0,1,1,2,3,5,8,...

Ahora, puede comprobarse fácilmente que en la sucesión de números 1,1,2,3,5,8,...., cualquiera de ellos, a partir del tercero, se puede obtener como la suma de los dos inmediatamente anteriores. Por ejemplo, $5=3+2$. Esta es una propiedad realmente sorprendente. En el siglo XIX, el matemático francés Edouard Lucas (1842-1891) bautizó la sucesión de números (escrita a continuación con unos pocos números más) 1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144,233,...., en la cual cada cifra (a partir de la tercera) se obtiene como la suma de las dos anteriores, como la sucesión de Fibonacci, en honor precisamente a Leonardo de Pisa.

Examinemos ahora otra sucesión de números obtenidos a partir de la sucesión de Fibonacci y encontraremos la conexión con la proporción áurea. Tal sucesión es la siguiente:

1/1=1.000000
2/1=2.000000
3/2=1.500000
5/3=1.666666
8/5=1.600000
13/8=1.625000
21/13=1.615385
34/21=1.619048

A estas alturas, el lector debe haberse dado cuenta que las proporciones de esta sucesión se han obtenido dividiendo cada número de la sucesión de Fibonacci entre el anterior. Cabe hacer notar que se ha suprimido la serie de decimales a partir de la séptima cifra. Escribamos unos pocos más y el resultado será intrigante sin duda.

55/34=1.617647
89/55=1.618182
144/89=1.617978
233/144=1.618056
377/233=1.618026
610/377=1.618037
987/610=1.618033

Observe el lector el último número de la sucesión (que por supuesto seguiría indefinidamente). Lo reconoce? Sí, precisamente es la proporción áurea hasta la sexta cifra decimal! Si continuásemos calculando la sucesión de proporciones anterior, obtendríamos cada vez una mejor aproximación al valor de la proporción áurea.

Para terminar, hablemos del nautilus, un molusco de con-

cha espiral. Pero para ello tendremos que remontarnos a la época de la familia Bernoulli. La familia Bernoulli produjo una cantidad de matemáticos célebres igual a ¡la friolera de 13! De ellos, tres sobresalieron sobre los demás: Jacques (1654-1705) y Jeanne (1667-1748), y el hijo de este último, Daniel (1700-1782). Además de sus extraordinarios logros matemáticos, la familia fue famosa por la profunda rivalidad intelectual que existió entre sus miembros. Tan sólo la solución a un conocido problema de física (*la braquistocrona*) y el derecho a su autoría, causó que Jeanne abandonara por muchos años la ciudad de Basilea (Suiza), lugar donde la familia residía. Jacques Bernoulli tuvo una relación muy estrecha con la proporción áurea debido a sus estudios sobre una curva conocida como la espiral logarítmica. Jacques escribió un tratado completo sobre esta curva a la que llamó *Spira Mirabilis* (espiral maravillosa). Fue tan significativa esta curva para él, que en su tumba está escrito un lema que establece una de sus propiedades fundamentales: *Eadem mutato resurgo* (aunque transformado, resurjo de nuevo igual). Esta propiedad consiste en que su forma no se altera cuando se aumenta su tamaño. En el lenguaje moderno de la teoría de los fractales diríamos que la espiral logarítmica es auto-similar. Muchos fenómenos en la naturaleza tienen esta misma cualidad. Los girasoles, los remolinos, los huracanes, las conchas, las galaxias, etc. son sólo algunos ejemplos. Particularmente, a medida que crece la concha del nautilus (que precisamente tiene la forma de la espiral maravillosa), cada incremento en su longitud va acompañado de un incremento proporcional en su radio de modo que su forma permanece inalterada.

La espiral logarítmica y la proporción áurea van tomadas de la mano. Si en un rectángulo áureo superpuesto con cuadrados como los de la figura 4 (de la primera parte de este artículo), une usted los puntos sucesivos donde los cuadrados en remolino dividen los lados del rectángulo en proporciones áureas, obtendrá una espiral maravillosa como se muestra en la figura 6.

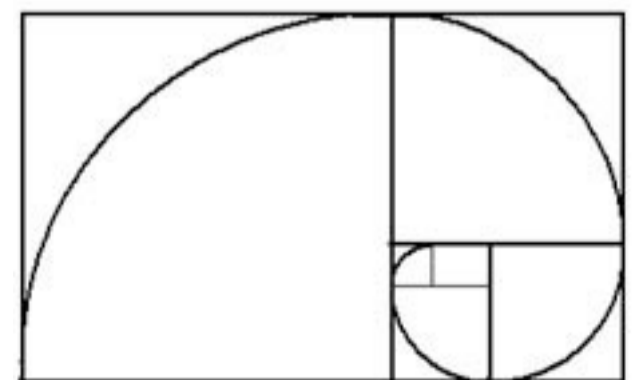


Figura 6.

ACADEMIA DE CIENCIAS DE MORELOS, A.C.



Obsérvese que esta espiral se enrosca hacia adentro en el sentido del movimiento de las manecillas del reloj. Piense el lector si es posible invertir la espiral, es decir, dibujar los cuadrados de modo que la espiral se enrosque hacia dentro en sentido inverso a las manecillas del reloj.

Tres comentarios finales. Uno, existe otro tipo de espiral conocida como espiral de Arquímedes, la cual recibe su nombre del famoso matemático griego (287-212 a.C.), quien la describió concienzudamente en su libro *Sobre las espirales*. Para dar una idea de la forma de la espiral de Arquímedes, pensemos en una cuerda enrollada en el suelo (la distancia entre los anillos sucesivos es siempre la misma). Como consecuencia de un error que haría que Jacques Bernoulli saltara de su tumba si se enterara, el cantero que realizó la inscripción, grabó una espiral de Arquímedes en lugar de una *Spira Mirabilis*. Dos, la proporción áurea ha continuado obsesionando la mente de muchas personas hasta nuestros días. Ella representa una de las aventuras más largas, fecundas, fascinantes y misteriosas del intelecto humano. Tres, haciendo referencia al título de este artículo, ¿qué tienen en común los pentágonos, el nautilus y la cría de conejos?, debemos contestar: ¡La proporción áurea!

Algunas lecturas sobre el tema tratado en este artículo son las siguientes:

“http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_%C3%A1ureo”
http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_%C3%A1ureo

“<http://www.pauloporta.com/Fotografia/Artigos/epropaurea1.htm>” <http://www.pauloporta.com/Fotografia/Artigos/epropaurea1.htm>

Livio, M., *La proporción áurea: La historia de phi, el número más sorprendente del mundo*, Ariel, Barcelona, 2006.

Este lugar es muy ameno:

“http://www.castor.es/numero_phi.html” http://www.castor.es/numero_phi.html

:
Se puede encontrar la relación de la ley de Bedford con la sucesión de Fibonacci en:

“<http://www.goldenratio.com.ar/>

<http://www.goldenratio.com.ar/>

La ley de Bedford fue muy socorrida en el análisis de los resulta-

dos de las memorables elecciones mexicanas de 2006.

A los que les gustan las matemáti-

cas computacionales vean:

“http://matematicas.ingenieria.googlepages.com/sucesiones_aureas”

reas” http://matematicas.ingenieria.googlepages.com/sucesiones_aureas

Para actividades recientes de la Academia y artículos anteriores puede consultar: www.acmor.org.mx



SECRETARÍA DE
EDUCACIÓN



Clausura del Diplomado “Pensamiento Científico en el Aula”



El pasado **sábado 04 de julio de 2009** se realizó la ceremonia de **clausura del Diplomado “PENSAMIENTO CIENTÍFICO EN EL AULA”** de la sexta generación profesores de Preescolar, Primaria y Secundaria; y de la tercera generación de profesores de Bachillerato (Preparatoria, Conalep, CBTA, etc). El Diplomado fue coordinado por la **Academia de Ciencias de Morelos, A.C.** y financiado por la Secretaría de Educación a través del IEBEM para los profesores de nivel básico.

La ceremonia se llevó a cabo en el Auditorio “Guillermo Soberón” del Centro de Ciencias Genómicas de la UNAM y el presidium estuvo integrado por el Dr. Joaquín Sánchez Castillo, Presidente de la Academia de Ciencias de Morelos, A.C (ACMor); el M. en E. Aroldo Aguirre Wences, Director General del IEBEM; la Ing. Luz Gexi Girón Valenzuela, Directora del Departamento de Desarrollo Educativo del IEBEM; el M. en IBB. Oscar Rodríguez Sánchez, Coordinador Operativo del Diplomado y el Ing. José Luis Rodríguez Martínez, Secretario de Educación del Estado de Morelos quien declaró clausurado el Diplomado.

El Secretario de Educación hizo un llamado a los maestros a seguir participando de este Diplomado para hacer más atractivas sus clases y con ello fomentar una nueva cultura, **resaltó la importancia de desarrollar el pensamiento científico en el aula para que los docentes rompan con la pasividad, la tradición de las clases** y reconoció el esfuerzo de los maestros para asistir los sábados al Diplomado como parte del cambio de paradigmas necesarios para la educación. Por lo anterior, se comprometió a fortalecer este Diplomado para beneficiar a más docentes y consecuentemente a más alumnos.

El Dr. Joaquín Sánchez Castillo dijo que el estudio es un componente en el aspecto psicológico y ayuda a los jóvenes para que sean menos proclives a las drogas y más positivos ante la sociedad. Por su parte el Mtro Aroldo Aguirre Wences indicó que a través de estos cursos los maestros estarán impulsando el desarrollo de competencias de los niños y jóvenes que están a su cargo.